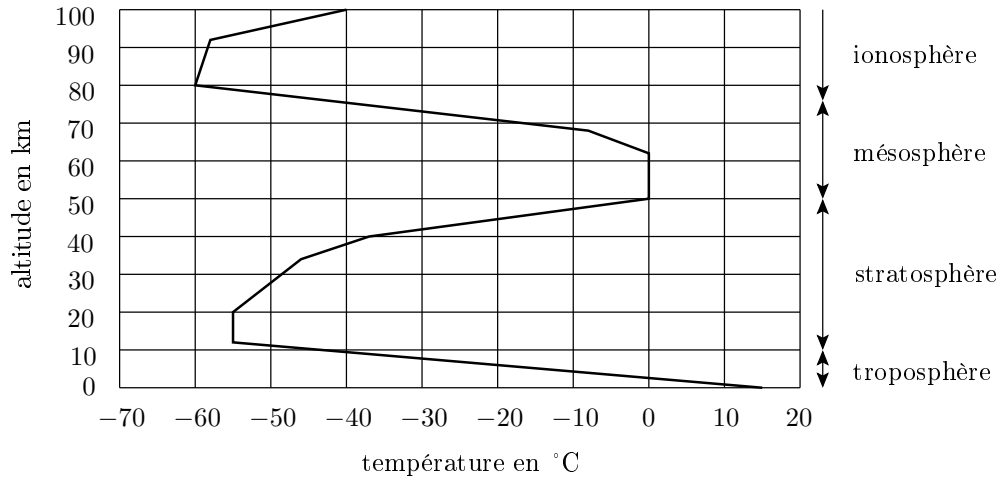


Structure de l'atmosphère terrestre

L'atmosphère est essentiellement constituée d'un mélange gazeux, l'air. Ce mélange comprend surtout de l'azote (78 % en volume) et de l'oxygène (21 %). Pour le reste, soit 1 %, on y trouve de l'argon ($\simeq 1\%$), du gaz carbonique (0,03 %) et des traces infimes d'une multitude d'autres gaz : néon, krypton, hélium, ozone, hydrogène, xénon ainsi que les différents rejets de la biosphère. Cette composition est assez constante jusqu'à 85 km d'altitude sauf pour certains gaz, par exemple l'ozone, qui est surtout présent entre 30 et 40 km d'altitude.

L'atmosphère est stratifiée en température – et donc également en pression –, ainsi qu'on l'observe sur la figure ci-dessous. La remontée en température dans la stratosphère s'explique par l'absorption des rayons solaires due à l'ozone.



I. Préliminaires

On considère que l'air suit la loi des gaz parfaits, soit, pour une mole

$$PV = RT$$

I.1 En faisant appel aux connaissances sur les gaz parfaits, vérifier que $R = 8,31$ S.I.

I.2 Montrer, à partir de la composition de l'air, que la masse molaire de l'air vaut $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$. La masse molaire de l'argon est $M_{Ar} = 40 \text{ g.mol}^{-1}$, celles de l'oxygène et de l'azote sont supposées connues.

I.3 Exprimer la masse volumique ρ d'un gaz parfait, en fonction des paramètres pression P et température T .

I.4 Justifier que l'équilibre hydrostatique peut s'écrire

$$dP = -\rho g dz$$

où $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ est le champ de pesanteur et z la cote mesurée sur un axe vertical ascendant.

II. Atmosphère isotherme

On suppose que l'air est à la température uniforme T .

II.1 Établir l'équation barométrique

$$P(z) = P(0) \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)$$

Soit $n^*(z)$ la densité particulaire de molécules à l'altitude z .

II.2 Montrer que l'on peut écrire la loi des gaz parfaits sous la forme

$$P = n^* k_B T$$

où $k_B = \frac{R}{N_A}$ est la constante de BOLTZMANN.

II.3 Montrer que l'on obtient l'équation du nivellement barométrique suivante

$$n^*(z) = n^*(0) \exp\left(-\frac{\mathcal{E}(z)}{k_B T}\right)$$

Préciser l'expression et la signification de $\mathcal{E}(z)$. Quelle est la signification physique de $k_B T$? Interpréter alors l'équation du nivellement barométrique.

II.4 Calculer le rapport $\frac{P(z)}{P(0)}$ à une altitude $z_1 = 10\,000$ m et pour une atmosphère isotherme à $T = 288$ K.

II.5 Montrer que 70 % de la masse totale de l'air est située en dessous de 10 000 m pour $T = 288$ K.

III. Atmosphère adiabatique et allotropique

L'air suit toujours la loi des gaz parfaits, mais on suppose que les différentes couches d'air sont isolées thermiquement les unes des autres, suivant un équilibre adiabatique quasistatique pour lequel on peut utiliser la loi de LAPLACE

$$PV^\gamma = C^{\text{te}}$$

III.1 Sachant que pour un gaz diatomique, les capacités thermiques molaires sont telles que

$$C_{Pm} = \frac{7}{2}R \quad \text{et} \quad C_{Vm} = \frac{5}{2}R$$

exprimer le coefficient γ .

III.2 Établir l'équation des adiabatiques quasistatiques $T^x P^y = C^{\text{te}}$, en fonction de γ .

III.3 En déduire la relation donnant $\frac{dT}{T}$ en fonction de $\frac{dP}{P}$.

III.4 Établir l'expression du gradient de température adiabatique $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{adia}}$, en fonction de γ , M , g et R .
Calculer sa valeur pour l'air.

III.5 « Mesdames et messieurs, le commandant est heureux de vous accueillir à bord. Notre montée est maintenant terminée et nous volons actuellement à 10 000 m. La température extérieure est de $x^\circ\text{C}$. Il faisait 15°C à notre départ... »

À partir de la figure, donner la valeur de x et du gradient de température réel $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{réel}}$ et le comparer au gradient adiabatique.

Les transformations réelles au sein de l'atmosphère ne sont ni isothermes ($PV = C^{\text{te}}$) ni strictement adiabatiques ($PV^\gamma = C^{\text{te}}$), mais se situent entre les deux. On les dit *allotropiques* :

$$PV^q = C^{\text{te}} \quad \text{avec } 1 < q < \gamma$$

On se limite dans la suite à l'étude de l'atmosphère pour les altitudes comprises entre $z = 0$ et $z = z_1 = 10\,000$ m.

III.6 Déterminer la valeur de q à partir de la figure.

III.7 Donner l'expression de la distribution réelle de température $T(z)$, puis celle de la distribution réelle de pression $P(z)$.

III.8 Calculer P à $z_1 = 10\,000$ m.

III.9 Qu'appelle-t-on « maladie de l'altitude » ? Pourquoi les athlètes s'entraînent-ils en altitude ? Pourquoi tente-t-on d'établir des records de vitesse sur piste à Mexico ?