Concours Commun Marocain		Session : 1992
Option : MM'	Epreuve de Physique	Durée : 4 h

PROBLEME DE MECANIQUE

Un camion se déplaçant sur une route horizontale, rectiligne, liée à un référentiel galiléen, transporte un tuyau cylindrique, homogène, de masse m, de rayon R ; le moment d'inertie de ce tuyau par rapport à son axe est $J=mR^2$.

Dans le but d'immobiliser le tuyau à l'extrémité de la plate-forme horizontale du camion, contre la cabine, on utilise une cale de section triangulaire, de longueur OD, d'angle α (cf. figure 1) et de masse négligeable.

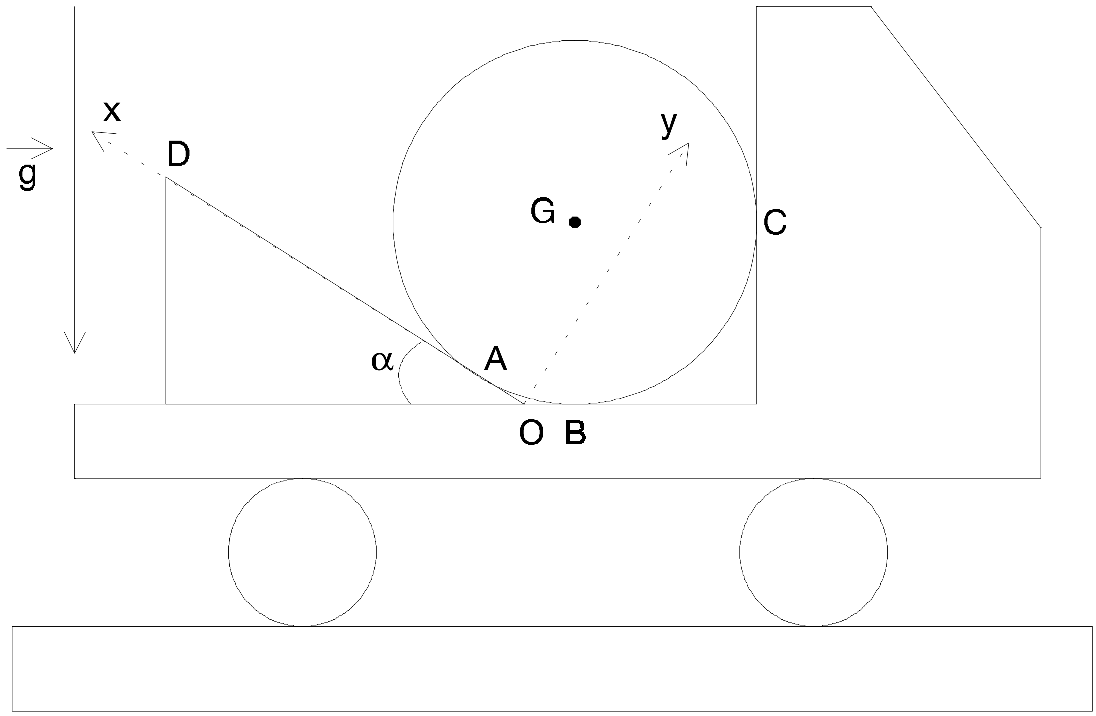

Figure 1

Les contacts tuyau/camion (en B et C) sont sans frottement ; le contact tuyau/cale (en A) et le contact cale/plate-forme du camion sont caractérisés par le même coefficient de frottement de glissement f. On pose AD=L.

Soit (Oxyz) un repère lié au camion :

Ox est dirigé vers le haut selon la ligne de plus grande pente de la cale
Oy est dirigé vers le haut, perpendiculaire à Ox, dans le plan vertical
Oz est horizontal, perpendiculaire au plan de la figure.

Pour les applications numériques on prendra :
$\alpha=10°$; m=50 kg ; R=1 m ; f=0,2 ; L=0,5 m ; module de l'accélération de la pesanteur $g=9,8\ m.s^{-2}$.

1. Le camion démarre avec une a accélération a constante. On se place d'abord dans le cas où le tuyau et la cale restent en équilibre sur la plate-forme du camion ; on cherche les conditions correspondant à cette situation.
   En se plaçant dans le référentiel du camion :

1.1. Faire un bilan des forces appliquées au tuyau seul.

1.2. Montrer que dans ce cas, la réaction en A est normale (passe par G).

1.3. Ecrire deux relations liant les composantes normales N_A, N_B et N_C à m, g, a et α. Est-il possible de connaître les valeurs des trois composantes ? Pourquoi ?

1.4. On pose $N_B=0$ (le tuyau ne repose qu'en A et C).

1.5. Donner une condition sur a sous la forme $a<a_1$; trouver la valeur de a_1.

1.6. Etudier l'équilibre de la cale seule (sans masse !) et déduire une condition sur f sous la forme $f>f_1$; donner la valeur de f_1.

On suppose par la suite que la condition $f>f_1$ est toujours réalisée.

2. Le camion, lancé à la vitesse constante, freine à un moment donné pour s'arrêter ; on suppose que le module de l'accélération reste constant.
Montrer (sans calculs supplémentaires !) que le tuyau et la cale restent immobiles.

3. On suppose que la cale reste immobile sur la plate-forme du camion.

3.1. A l'instant t=0, le camion démarre en prenant une accélération constante $a>a_1$.

a. En supposant que le tuyau roule sans glisser sur la cale, calculer l'accélération $\ddot{x}_1$ du centre d'inertie du tuyau dans le référentiel lié au camion.

b. Montrer que le roulement sans glissement n'est possible que si l'accélération a du camion reste inférieure à une certaine valeur a_2 que l'on déterminera.
Faire l'application numérique.

c. Montrer que la cale reste effectivement immobile sur la plate-forme du camion si l'accélération a reste inférieure à une certaine valeur a_3 que l'on déterminera.
Faire l'application numérique.

d. On suppose $a_1<a<\mathrm{Inf}(a_2,a_3)$. La phase d'accélération se prolonge jusqu'à l'instant t_0, et à cet instant, le camion possède la vitesse v_0.
Déterminer, à l'instant t_0, la vitesse $\ddot{x}_{10}$ acquise par le centre d'inertie du tuyau dans le référentiel du camion et la longueur d_0 parcourue par celui-ci sur la cale. On supposera évidemment que $d_0<L$ et on exprimera $\ddot{x}_{10}$ et d_0 en fonction de g, a, α et de t_0.

3.2. A partir de l'instant t_0, le camion conserve la vitesse constante v_0.

a. Montrer que, pour $t>t_0$, le tuyau roule sans glisser sur la cale et calculer l'accélération $\ddot{x}_2$ de son centre d'inertie dans le référentiel du camion.

b. Vérifier que la cale reste immobile sur la plate-forme du camion.

c. En déduire la longueur maximale d_{max} parcourue par le tuyau sur la cale. On supposera évidemment que $d_{max}<L$ et on exprimera d_{max} en fonction de g, a, α et de t_0.

d. Application numérique : Le chauffeur du camion désire prendre une vitesse de croisière de 60 km/h. Déterminer la durée minimale t_{0min} de la phase d'accélération et la valeur de l'accélération maximale a_{max} permise pendant cette phase, pour que le tuyau ne tombe pas à l'arrière de la cale.

PROBLEME D'ELECTROMAGNETISME

On utilisera de préférence la notation complexe pour représenter une grandeur sinusoïdale. On appellera i le nombre complexe dont le carré est égal à -1.

On désigne par $\vec{E}$ et $\vec{B}$ les champs électrique et magnétique, ρ la densité volumique de charges électriques et $\vec{j}$ le vecteur densité de courant. On appelle c la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.

1.1. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide.

1.2. Déduire de celle-ci, dans une région vide de charges (ρ=0 et $\vec{j} = \vec{0}$), les équations de propagation des champs.

1.3. Quelle est la structure d'une onde plane progressive se propageant dans le vide, dans la direction du vecteur unitaire $\vec{u}_z(0,0,1)$ dans le sens des z croissants ?
Ecrire les expressions de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ pour une onde plane progressive monochromatique de pulsation ω, polarisée rectilignement ($\vec{E}$ parallèle à Ox, d'amplitude E_0).

Un conducteur ohmique de conductivité γ occupe l'espace z>0 ; il est caractérisé par une perméabilité μ et une permittivité ε supposées de mêmes valeurs μ_0 et ε_0 que celles du vide. On suppose que dans ces conditions les équations de Maxwell ont la forme :

(1) $\operatorname{div}\vec{B} = 0$ (3) $\operatorname{div}\vec{E} = 0$

(2) $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (4) $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \gamma \vec{E}$

2.1.

a. Justifier l'approximation faite en (3).

b. Justifier la forme de (4) et l'approximation faite.

c. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\vec{E}$:

$$(5)\quad \Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$; où Δ désigne l'opérateur laplacien.

2.2. On cherche une solution de l'équation (5) de la forme : $\underline{\vec{E}} = E_0 \exp[i(\omega t - \underline{k} z)]\, \vec{u}_x$ où E_0 est une constante réelle, ω est la pulsation supposée donnée, $\underline{k}$ est une grandeur complexe à déterminer.

a. Etablir la relation donnant $\underline{k}$ en fonction de ω, γ et μ_0 ; elle sera mise sous la forme $\underline{k} = \pm(1-i)/\delta$ et on donnera l'expression de δ.

b. Le conducteur est supposé d'extension infinie du côté z>0. Donner la solution retenue pour E(z,t).

c. Représenter graphiquement l'amplitude de $\vec{E}(z,t)$ en fonction de z et donner une signification physique au paramètre δ.

d. Pour le cuivre γ=5,8.10^7 Ω^{-1}.m^{-1} ; calculer δ pour les fréquences : 100 Hz ; 10 kHz ; 1 MHz ; 100 MHz. On rappelle que $\mu_0=4\pi 10^{-7}$ H.m^{-1}.

e. Comparer, à la fréquence 100 MHz, l'amplitude du courant de conduction à celle du courant de déplacement ; l'approximation du 2.1.b. est-elle encore justifiée à cette fréquence ?

2.3.

a. Rappeler l'expression de la puissance volumique cédée par le champ aux charges dans un conducteur ohmique en fonction de γ et E. Sous quelle forme apparaît-elle ?

b. Calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans un cylindre infini d'axe Oz, de section S.

FIN DE L'EPREUVE