Concours Commun Marocain		Session : 1990
Option : MM'	Epreuve de Physique	Durée : 4 h

Le sujet comporte trois parties indépendantes.

Les candidats sont priés d'indiquer avec soin le numéro de la question traitée et d'encadrer les résultats obtenus.

Il sera tenu le plus grand compte dans la notation des qualités de soin et de concision.

PREMIERE PARTIE

On envisage dans cette partie quelques applications du théorème de Gauss.

On donne :

- constante d'attraction universelle $G=6{,}67.10^{-11}$ u.S.I.
- masse de la terre $M_T=6{,}00.10^{24}$ kg
- rayon moyen de la terre $R_T=6400$ km

1. La terre est assimilée à une sphère homogène de rayon R_T, de masse M_T et centre O.

1.1. Calculer en un point M repéré par le vecteur $OM=r\,\upsilon$ où r est inférieur à R_T, le champ de gravitation terrestre $\Gamma_T(M)$. On justifiera soigneusement la direction de ce vecteur.

1.2. On creuse un tunnel le long d'un diamètre AB quelconque de la terre ; un point matériel de masse m est lâché sans vitesse initiale à l'instant t=0 du point A.

Le référentiel terrestre sera supposé galiléen et l'on néglige toutes les forces autres que celle due à l'attraction gravitationnelle terrestre.

a. Montrer que le mouvement du point matériel est sinusoïdal ; donner l'expression de la période T en fonction de G, M_T, et R_T.

b. Application numérique : Calculer le temps t mis par le point matériel pour effectuer le trajet AB.

1.3. AB représente maintenant un tunnel reliant deux points quelconques de la surface de la terre ne formant pas un diamètre.

Un point matériel de masse m glisse sans frotter le long du tunnel ; calculer la durée du trajet AB.

2. On considère maintenant la terre comme un fluide très visqueux, homogène et incompressible de masse volumique μ.

Ce fluide est en équilibre uniquement sous l'action des forces de pression et de gravité ; le champ de pression est supposé à symétrie sphérique et sera noté p(r).

2.1. Ecrire sous forme locale le principe fondamental de l'hydrostatique.

2.2. Intégrer cette équation ; en déduire p(r).

2.3. Application numérique : $p(R_T)=1$ bar ; calculer la pression au centre de la terre.

DEUXIEME PARTIE

L'objet de cette partie est l'étude de la trajectoire d'un ballon de football au cours de la phase de jeu appelée "coup-franc".

Le référentiel lié au terrain de football est supposé galiléen et rapporté à un repère orthonormé $(O;\upsilon_x,\upsilon_y,\upsilon_z)$; le terrain est situé dans le plan horizontal xOy et le vecteur accélération de la pesanteur s'écrit : $\gamma=-g\ \upsilon_z$.

A l'instant t=0, le ballon de masse M, de centre d'inertie G, supposé immobile est frappé par un footballeur qui lui communique un mouvement dont les caractéristiques initiales sont données par $\varpi_G(0)$ et $\Omega=\Omega\ \upsilon_z$ où le vecteur rotation est supposé indépendant du temps.

1. On considère un modèle dynamique simplifié où seules interviennent la force de pesanteur et la force fluide de Magnus (que l'on ne demande pas de justifier) qui s'écrit : $\phi_m=\alpha\Omega x\ \varpi_G(t)$ où α est une constante positive et x désigne le produit vectoriel.

   1.1. En quelle unité s'exprime α ?

   1.2. On pose $\varpi_G(t)=\varpi_{//}(t)+v_{\perp}(t)\ \upsilon_z$ où $\varpi_{//}(t)$ est la vitesse horizontale de G.
   Montrer que le module de $\varpi_{//}(t)$ est constant.

   1.3. En déduire que la projection de la trajectoire du ballon sur le plan horizontal est un arc de cercle dont on précisera le rayon en fonction de α, Ω, M et $v_{//}$.

2. On désire appliquer le modèle précédent à un cas concret rencontré souvent au cours d'un match.
   Le but AA' est protégé par un "mur" BB' constitué d'une rangée de joueurs située à une distance D du but et parallèle à lui ; le ballon est posé en C à une distance D du mur.
   La droite AC est perpendiculaire aux droites AA' et BB' et pour protéger le but, le mur est décalé d'une distance d vers la droite par rapport à la droite AC (figure II.1).

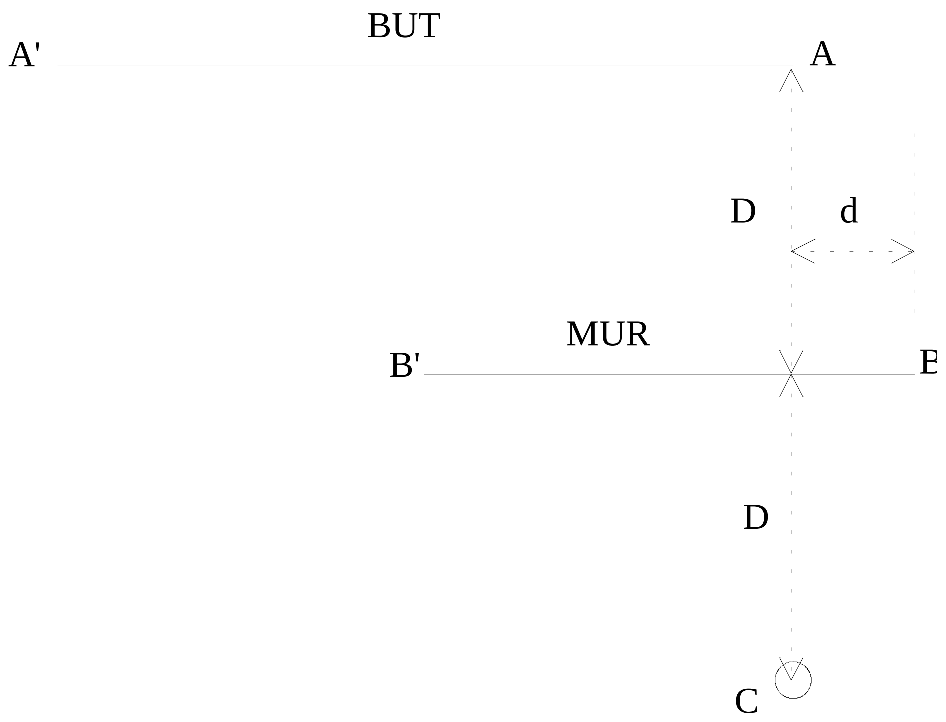

Figure II.1

2.1. Déterminer le rayon de courbure R_{max} permettant de marquer un but en contournant le mur par la droite en fonction de D et d.

2.2. En déduire que pour marquer un but, le tireur du coup-franc doit "brosser" le ballon avec une intensité Ω supérieure à une valeur Ω_0 que l'on exprimera en fonction de M, α, $v_{//}$ et R_{max}.

2.3. Application numérique : M=0,4 kg ; α=0,1 u.S.I. ; $v_{//}$=20 m.s^{-1} ; D=9 m ; d=1 m ; calculer Ω_0.

TROISIEME PARTIE

1. On considère le montage de figure III.1, dit comparateur à hystérésis ou trigger de Schmitt.
   L'amplificateur, supposé idéal, fonctionne en régime non linéaire :
   $u_S=+U_{sat}$ si $\varepsilon>0$
   $u_S=-U_{sat}$ si $\varepsilon<0$

   On pose $k=R_1/R_2$.

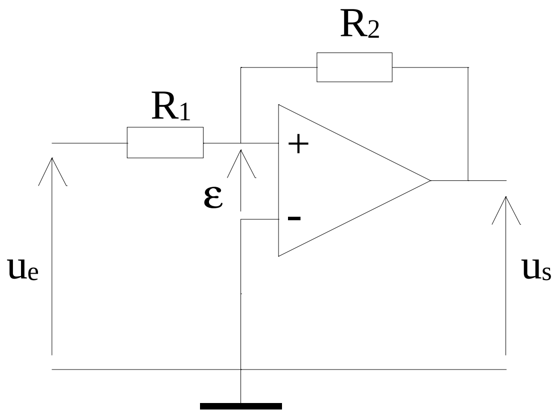

Figure III.1

1.1. Tracer la caractéristique de transfert $u_s=f(u_e)$ du circuit lorsque u_e varie de $-U_{emax}$ à $+U_{emax}$; on suppose que $U_{emax}>kU_{sat}$; préciser le sens de parcours sur la caractéristique.

1.2. u_e est de la forme $u_e(t)=U_{emax}\sin\omega t$ où U_{emax} est supérieure à kU_{sat} ; représenter sur un même dessin les fonctions $u_e(t)$ et $u_s(t)$. $u_s(t)$ dépend-elle de la forme du signal d'entrée $u_e(t)$?

1.3. Que se passe-t-il si U_{emax} est inférieure à kU_{sat} ? On envisagera deux cas suivants les conditions initiales.

1.4. On dispose en plus du circuit représenté figure III.1 d'un oscilloscope bicourbe et d'un générateur basse fréquence ; expliquer à l'aide d'un schéma et de quelques commentaires comment on peut observer sur l'écran la caractéristique du circuit.
Par quel réglage expérimental simple peut-on déterminer le sens de parcours de la caractéristique.

2. On désire réaliser maintenant un oscillateur à relaxation en utilisant le circuit précédent associé à un intégrateur constitué d'un amplificateur opérationnel idéal fonctionnant en régime linéaire suivant le schéma de la figure III.2.

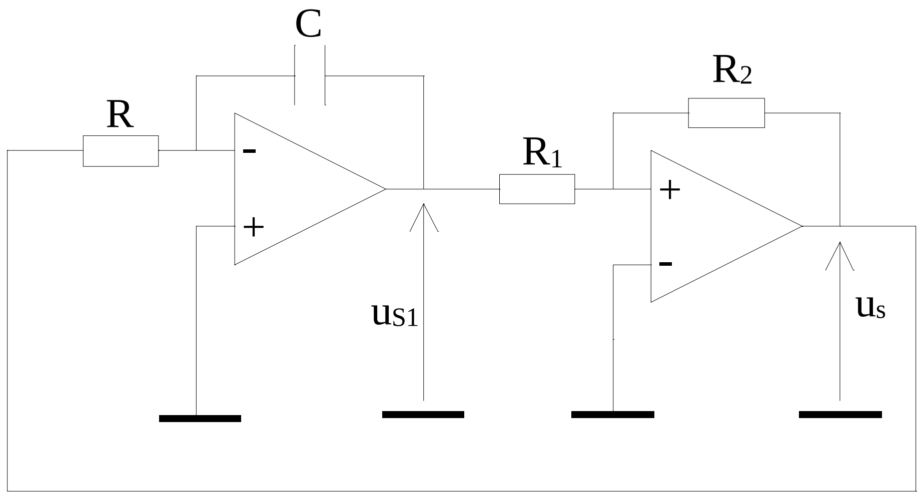

Figure III.2

On suppose qu'à l'instant t=0 : $u_s=U_{sat}$ et $u_{s1}=0$; déterminer $u_s(t)$ et $u_{s1}(t)$ pour t>0. Calculer leur période en fonction des paramètres $k=R_1/R_2$ et $\tau=RC$.
Représenter graphiquement ces deux fonctions.

FIN DE L'EPREUVE