

Statique des fluides

1- Relation fondamentale de la statique des fluides :

En appliquant les relations d'équilibre de la Mécanique et en projetant suivant la direction Oy , on obtient

$$p(x, y, z) dx dy dz - p(x, y + dy, z) dx dy dz + f_{ve,y} dx dy dz = 0$$

Soit encore

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz + f_{ve,y} dx dy dz = 0 \Rightarrow -\frac{\partial p}{\partial y} + f_{ve,y} = 0$$

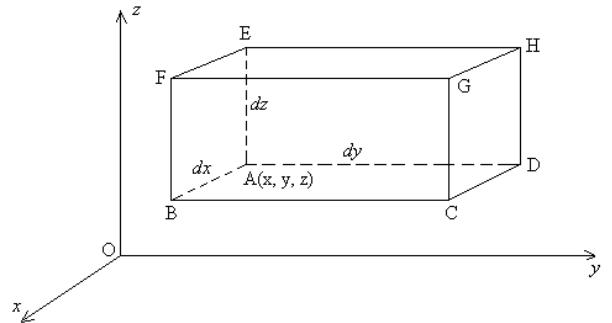
$$-\frac{\partial p}{\partial x} + f_{ve,x} = 0 ; \quad -\frac{\partial p}{\partial z} + f_{ve,z} = 0$$

Sous forme vectorielle, ces trois dernières relations s'écrivent :

$$-\vec{\text{grad}} p + \vec{f}_{ve} = \vec{0} \quad \text{ou} \quad \vec{\text{grad}} p = \vec{f}_{ve}$$

Dans un champ de pesanteur : $\boxed{\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g}}$

La projection suivant (oz) : $\boxed{\frac{dP}{dz} = -\rho g}$



- Fluide homogène compressible : (gaz)

✓ Hypothèses :

- le champ de gravitation uniforme.

- le gaz est assimilé à un gaz parfait : $\rho = \frac{PM}{RT}$.

- La température (par exemple) est indépendante de z.

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g = -P \frac{Mg}{RT} \rightarrow \boxed{P(z) = P_0 e^{-\frac{Mg}{RT_0}(z-z_0)}}$$

✓ Facteur de Boltzman : on sait que $M = N_A \cdot m$ et $\varepsilon_p(z) = mg(z-z_0)$

D'où $P(z) = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{N_A}{R} \cdot \frac{\varepsilon_p(z)}{T}\right)$.

✓ Cte de Boltzman : $K_B = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ (J; K}^{-1}\text{)}$

$$P(z) = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_p(z)}{K_B T}\right) \quad \leftarrow \text{Facteur de Boltzman}$$

- Fluides incompressibles : ($\rho = \text{cte}$) (liquide par exemple).

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \rightarrow \boxed{P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)}$$

2- Poussée d'Archimède :

C'est une force verticale, ascendante, égale en module au poids de volume de fluide déplacé :

$$\boxed{\vec{\pi} = -\rho_{\text{fluide}} \cdot V \cdot \vec{g}}$$