## Oscillateur forcé :

soumis à :

$$\boxed{\ddot{x}+2\lambda\dot{x}+{\omega_0}^2x=\frac{F}{m}\cos\omega t} \xleftarrow{P.F.D} \begin{cases}\vec{T}=-Kx\vec{e}_x\\ \vec{f}=-h\dot{x}\vec{e}_x\\ \vec{F}=F\cos\omega t\vec{e}_x\end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$x_G(t)=x_{ssM}(t)+x_p(t)$$

$$\downarrow$$

*devient négligeable aprés un certain temps*

$$\downarrow$$

$$x_G(t)=x_p(t)=X\cos(\omega t)\,\varphi$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\underline{X}=\frac{F/m}{{\omega_0}^2-\omega^2+j2\lambda\omega}} \quad et \quad \boxed{\varphi_X=Arc\tan\frac{-2\lambda\omega}{{\omega_0}^2-\omega^2}}$$

### Résonance d'amplitude :

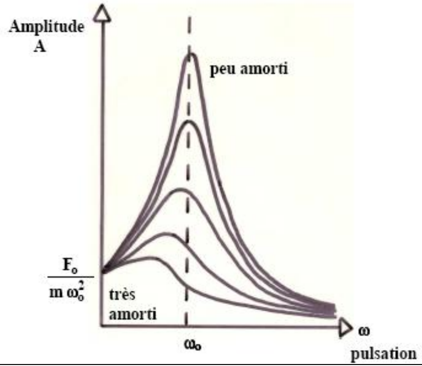
$$\boxed{X=\frac{F/m}{\sqrt{({\omega_0}^2-\omega^2)+4\lambda^2\omega^2}}}$$

Résonance pour :

$\omega=\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}$ $\Rightarrow X=X_{max}$

$\left(Q>\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ $X_{max}=\frac{F}{m{\omega_0}^2}\frac{Q}{\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}$

Bande passante :
Pour $\boxed{X\geq\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}}$




### Résonance de vitesse :

$$\begin{cases}\underline{X}=j\omega\underline{X}\\ =\frac{j\omega\frac{F}{m}}{{\omega_0}^2-\omega^2+j2\lambda\omega}\\ =\frac{\frac{FQ}{m\omega_0}}{1+jQ\,(x-\frac{1}{x})}\\ \varphi_V=\varphi_X+\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$\boxed{V=\frac{\frac{FQ}{m\omega_0}}{\sqrt{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}}$$

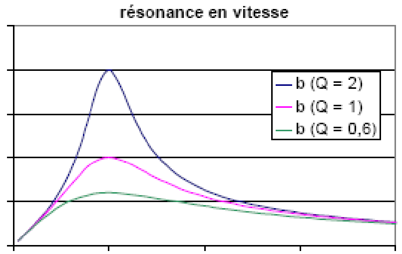
Résonance pour x=1 $(\omega=\omega_0)$.

-Bande passante :

Pour $\boxed{X\geq\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}}$

Impédance mécanique :

$$\underline{Z}=\frac{F}{\underline{V}}=\lambda+J(m\omega-\frac{K}{\omega})$$




### Résonance en présence :

Puissance moy.absolue :

$P_{moy}=\lambda<\dot{x}^2>$

$P_{moy}=\lambda\frac{V^2}{2}$

$$\boxed{P_{moy}=\frac{\frac{F^2Q}{2m\omega_0}}{1+Q^2(x-\frac{1}{x})^2}}$$

-Bande passante en puissance définie pour :

$$\boxed{P_{moy}\geq\frac{P_{max}}{2}}$$

**Oscillateur harmonique**

$\boxed{\ddot{x} + {\omega_0}^2 x = 0} \overset{P.F.D}{\leftarrow}$ *Soumis àune force de rappel* $F_x = -Kx$

$$\begin{cases} x(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{x}{m}} \\ ou: x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

$$\boxed{\xi_p(x) = E_p(O) + \frac{1}{2}Kx^2}$$

$\downarrow$

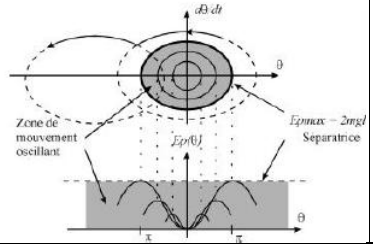
$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}Kx^2} = \frac{1}{2}K$$

$\downarrow$

$$< E_c > = < E_p > = \frac{1}{4}K{X_m}^2$$

Produit de phase :

$$\frac{x^2}{{X_m}^2} + \frac{\dot{x}^2}{(X_m\omega_0)^2} = 1$$




**Oscillateur amorti :**

soumis à :

$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + {\omega_0}^2 x = 0 \overset{P.F.D}{\leftarrow}$ $F_x = -Kx$, $\vec{f} = -h\dot{x}\vec{e}_x$

$\downarrow$

$$\boxed{2\lambda = \frac{h}{m} = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_0}{Q}}$$

$\downarrow$

$r^2 + 2\lambda r + {\omega_0}^2 = 0 \rightarrow$ *équation cracteréstique*

$\downarrow$

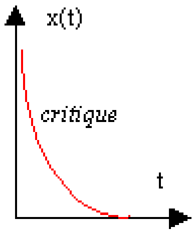
$$\Delta' = \lambda^2 - {\omega_0}^2$$

$* \frac{\omega_0}{Q} \rightarrow$ *facteur de qalté*

$* \frac{1}{\tau} \rightarrow$ *temps de relaxation*

$\begin{cases} \Delta' = 0 \\ Q = \frac{1}{2} \end{cases}$ mvt critique

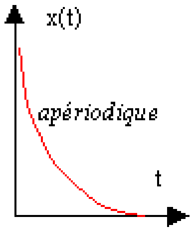
$$x(t) = e^{-\lambda t}(At + B)$$



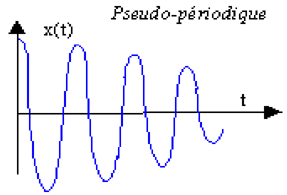

$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ Q < \frac{1}{2} \end{cases}$ mvt à périodique

$$x(t) = e^{-\lambda t}(Ach\omega t + B\delta h\omega t)$$

$$\omega = \sqrt{\lambda^2 - {\omega_0}^2}$$




$\begin{cases} \Delta' < 0 \\ Q > \frac{1}{2} \end{cases}$ mvt pseudopériodique




$x(t) = e^{-\lambda t}(A\cos\omega t + B\sin\omega t)$

$$\omega = \sqrt{{\omega_0}^2 - \lambda^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{{\omega_0}^2 - \lambda^2}}$$

Le décrément logarithmique :

Après n période $\boxed{\delta = \frac{1}{n} Ln \frac{x(t_0)}{x(t_0 + nT)}}$

$$\delta = \lambda T = \frac{\omega_0 T}{2Q} = \frac{\omega_0 \pi}{Q({\omega_0}^2 - {\lambda_2}^2)^{1/2}}$$

Pour $\omega_0 \gg \lambda$ faible frottement : $\boxed{\delta = \frac{\pi}{Q}}$ $\boxed{\frac{\Delta E_m}{E_m} = -2\delta.}$